

楕円関数の電力ケーブル問題への応用（第一報） - CVケーブル押し出し半導電層抵抗率の新しい測定法への応用 -

電力技術開発センタ 渡辺和夫*1

Applications of Elliptic Integral and Elliptic Function to Electric Power Cable Problems Part1. A New Measuring Method of Electric Resistivity of Outer-semiconductive Layer of XLPE Cable

Dr . K . Watanabe

これまで物理や工学の分野でいろいろ応用されてきたにもかかわらず、電力ケーブルの分野では敬遠されてきた楕円関数（広義には楕円積分も含む）の内、Legendre-Jacobiの第一種完全楕円積分とJacobi楕円関数を用いた等角写像の手法とその位相幾何学的側面を活用し、CVケーブル押し出し外部半導電層の抵抗率を求める新しい測定方法を見出した。これは、ケーブルコアの状態で非破壊で、かつコアの端部に触れるのみで測定できる簡便な方法である。

さらに、微分・位相幾何学の観点から考察を加え、この測定法を非回転対称体に拡張し、扇形CVケーブル半導電層の新しい測定法を提案した。なお、本文の導出過程は、二次元として扱えるいろいろな分野、たとえば、電流界、静電界、熱伝導、流体力学の計算に活用できる。特に、最近注目されてきた薄膜工学の分野への応用も期待されよう。

As an application of elliptic integral and elliptic function, this paper proposes a new measuring method of electric resistivity of outer-semiconductive layer of XLPE cable, which may substitute the conventional method. The resistivity can be obtained easily by measuring resistance between two electrodes which are attached to a circumferential edge on one side of the outer-semiconductive layer of a cable core sample. The solution process is applicable to other problems such as heat conduction and hydromechanics.

1. ま え が き

楕円関数の誕生は1827年と言われ、19世紀に多くの数学者によって盛んに研究され「19世紀数学の華」と言われた¹⁾²⁾。楕円関数は広義には楕円積分も含まれ周期を二つもった有理型関数、すなわち二重周期関数として定義される。楕円積分と楕円関数の分類を図1に、一般的な定義を図2に示す。一方これまでわれわれが慣れ親しんできている三角関数は2 という周期を一つもつ一重周期関数である。従って、三角関数と楕円関数の共通点は周期関数であることにある。

昭和11年の竹内端三氏の名著「楕円関数論」¹⁾の緒言の一節には次のように書かれている。

「……………いつまでも楕圓函数を敬遠して居るべきではあるまい、理論上にも實用上にも之を恰かも三角函数の

*1 電力技術開発グループ長（工博）

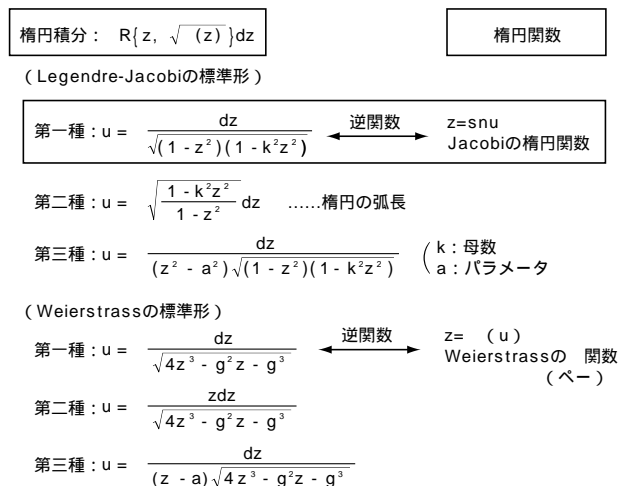


図1 楕円積分と楕円関数の分類
Classification of elliptic integral and elliptic function

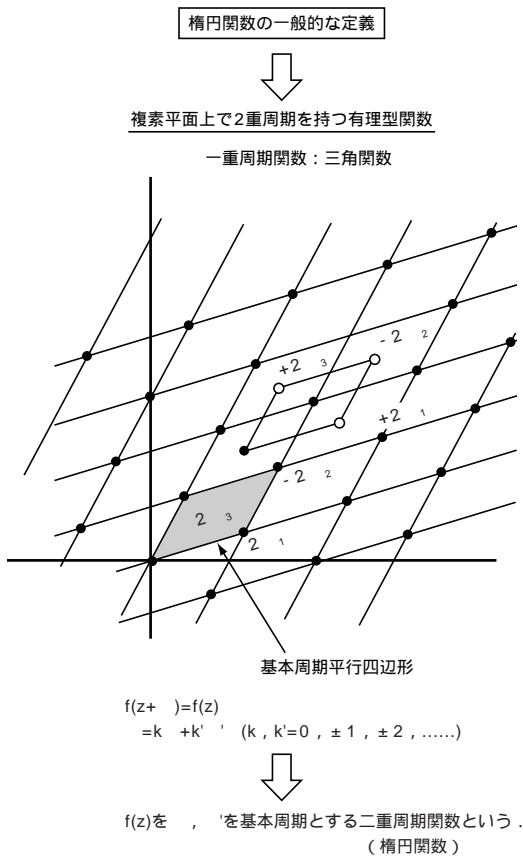


図2 楕円関数の一般的な定義
General definition of elliptic function

如くに自在に利用して然るべきである。」と。

この応用面では物理や工学の分野でいろいろ応用されており、身近な例としては電磁気学の教科書に載っている有限長ソレノイドのインダクタンスを求める式に長岡係数として使われている³⁾。また、力学における振り子の等時性の運動を記述するにも楕円関数の登場をまたねばならなかったといわれている²⁾。

このように楕円関数は実用面においても大変有用な関数⁴⁾である。しかしながら、電力ケーブル分野へ応用された例はこれまで見あたらないようである。そこで、電力ケーブルのいくつかの問題を楕円関数、特にLegendre-Jacobiの第一種完全楕円積分とその逆関数であるJacobiの楕円関数の応用例として解き、解析解を与えることにした。本論文では、第一報として「CVケーブル押し出し半導電層抵抗率の新しい測定法への応用」について報告する。ここでは楕円関数の位相幾何学的側面も積極的に活用していることも特徴である。また、最終章の「現代数学とのかかわり」では多少自由きままな夢を語ることにする。

2. CVケーブル押し出し外部半導電層の抵抗率の新しい測定法

CVケーブル押し出し半導電層の抵抗率の測定は、従来から基本的にはケーブルコアより短尺サンプルを切り出し、平行なリング状の2電極を設けて測定している。本論文ではケーブルコアの状態、外部半導電層の

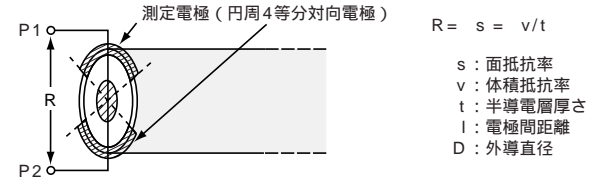
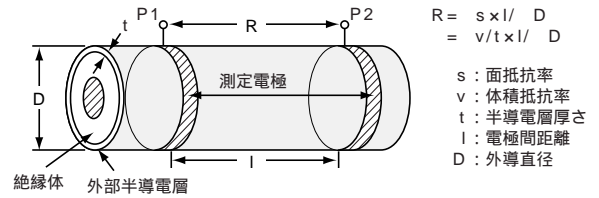


図3 CVケーブル外部半導電層抵抗率の測定法
Measuring methods of resistivity of outer-semiconductive layer of XLPE cables

の端部に触れるのみで、非破壊で測定する簡便な新しい方法を提案する。本提案の新しい測定法には二通りあり、それらを新測定法（1回測定法）と新測定法（2回測定法）と名づける。新測定法（1回測定法）では1回の測定値がそのままの値となり、新測定法（2回測定法）では2回の測定からその値が求まる⁵⁾⁶⁾。

なお、この新測定法は、従来測定不可能であった非回転対象体の半導電層へも拡張できる。詳細は3章で述べる。さらに、なめらかに歪んだ任意形状の曲面抵抗体へも拡張できる特長がある。

2.1 現用の測定法

基本的には図3(a)に示すように、半導電層を薄肉円筒面とみなし、その上に設けたリング状の2電極間抵抗Rを実測し、(1)式より抵抗率すなわち面抵抗率sや体積抵抗率vを算出している。これには測定用サンプルとしてケーブルコアを切り出す必要がある。

$$R = s \times l / D = v / t \times l / D \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 s : 面抵抗率 v : 体積抵抗率
t : 半導電層厚さ l : 電極間距離
D : 外導直径

2.2 新測定法（1回測定法）

(1) 測定法の概要

本提案の新測定法を図3(b)に示す。ケーブルコアの片端の円筒状外部半導電層の「ふち」に一对の測定電極を設ける。この電極は円周を均等に4等分割して対向する2辺に取り付ける。この電極間抵抗Rの実測値が(2)式に示すようにそのまま面抵抗率sとなり、これに半導電層の厚さtを乗ずると、体積抵抗率vが得られる。従って、本測定法では、測定用サンプルをケーブルコアから切り出す必要はなく（非破壊）、コアの状態で片端の半導電層の「ふち」に触れるだけで、簡便に測定できる特長を有する。なお、本測定は既に、荒又、寺門両氏によって30年程前に理論的に研究されている「曲面抵抗薄膜の

面抵抗率を求める新しい理論」⁸⁾をケーブル分野へ活用したものである。

$$R = s = v/t \dots \dots \dots (2)$$

ここに、s：面抵抗率 v：体積抵抗率

t：半導電層厚さ

(2) 測定原理

曲面抵抗薄膜を対象に一般的な証明は既になされているが⁸⁾、ここでは、円筒状薄肉半導電層に対して、より具体的かつ直接的な証明を与える。すなわち、楕円積分による等角写像とリーマン面（複素多様体）の見地から証明を行う。まず、楕円積分の多価性の原因を論ずる時、一般にリーマン面の連結状態を調べることがなされている¹⁾²⁾。このリーマン面は図4(a)に示すトーラス面と同様な連結状態を有するとされている。このトーラス面を図4(b)(c)のように位相幾何学的に変形すると一枚の長方形平面となる。これは明らかに単一連結の面分であるから、ここでもCauchyの積分定理が成り立つとされている¹⁾²⁾。

今、対象とするケーブルコア表面の押し出し半導電層（図5(a)）を図4(b)の円筒表面に見たてる。図5(a)は、面PQQ'P'に対して左右対称であるので、P-P'線に沿って切れ目を入れても電流線と等電位線の関係は不変である。このP-P'線を図4(b)のA線と見なしこれに沿って切れ目を入れ、(c)図のように展開すると図5(b)に示す長方形平面が得られる。ここにおいても、上述のようにCauchyの積分定理が成立するので、1:1の等角写像性が保たれると考えられる。さらに、微分幾何学の定理

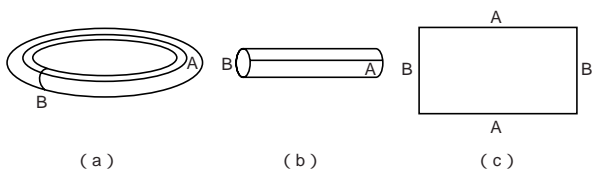


図4 楕円積分のリーマン面
Rieman surface of the elliptic integral

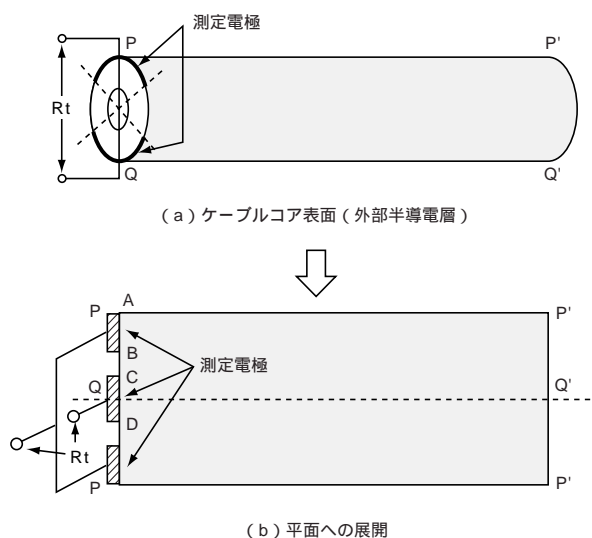


図5 外部半導電層の平面への展開
Development of outer-semiconductive layer into a plane

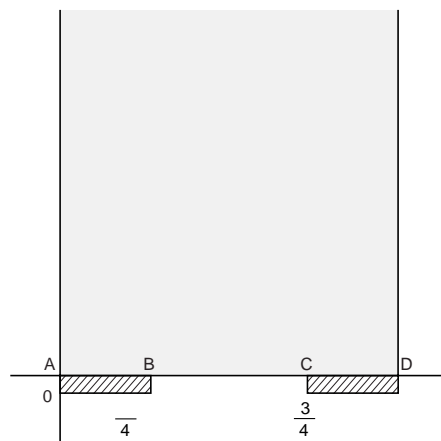


図6 w平面
w-plane

図6 図7の写像関数： $z = (1 - \cos w)/2$

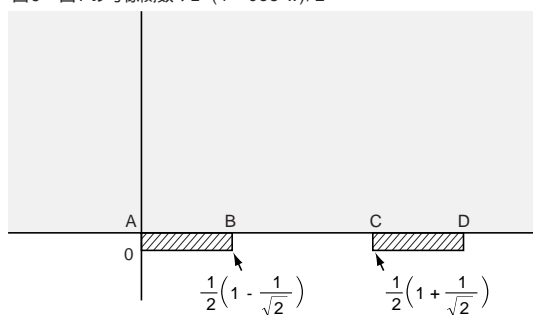


図7 z平面
z-plane

図7 図8の
写像関数：
 $z' = \frac{Rz + S}{Pz + Q}$

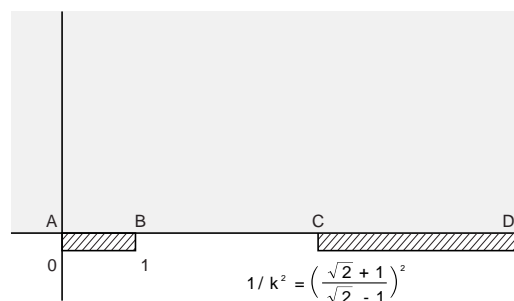


図8 z'平面
z'-plane

図8 図9の写像関数：第一種楕円積分

$$z = \frac{z'}{\int_0^{z'} \frac{dz'}{\sqrt{1-z'^2} \sqrt{1-k^2 z'^2}}}$$

$$K(k) = \int_0^1 \frac{dz'}{\sqrt{1-z'^2} \sqrt{1-k^2 z'^2}}$$

$$K'(k) = \int_0^1 \frac{dz'}{\sqrt{1-z'^2} \sqrt{1-k'^2 z'^2}}$$

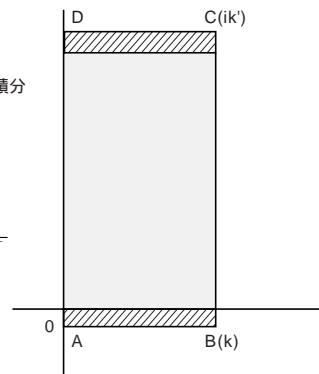


図9 Z平面
z-plane

「円柱面はガウス曲率が0となり，平面に展開可能で等長対応がつく。」⁹⁾より，本問題は図5 (b) に示す長方形面上での電極間抵抗を求める問題として扱うことができる．図5 (b) はQ - Q'線に対して上下対象であるので半分の帯状領域の並列接続と見なせる．この半分の帯状領域を正規化して図6に示す原座標に置く．次に図6～図9に示すように順次写像を行い，最後に図9に示すように長方形領域における平行平板電極に写像する．写像過程を以下に述べる⁷⁾．

図6 図7: $z = (1 - \cos W) / 2$ の関数を使用し，帯状領域を上半平面に写像する．

図7 図8: z 平面から z' 平面への写像には次の一次関数を使用する．

$$z' = \frac{Rz + S}{Pz + Q} \dots\dots\dots(3)$$

ここにP, Q, R, Sは定数である． z 平面と z' 平面との対応によって係数を定め，C点座標 $1/k^2$ を求める．

$$k^2 = \left\{ (1 - \sqrt{2}) / (1 + \sqrt{2}) \right\}^2 \dots\dots\dots(4)$$

図8 図9: 次のLegendre-Jacobiの第一種楕円積分を利用して， z' 平面状の上半平面領域を長方形領域に写像し，かつ，二つの電極が対辺をなすようにする．この時の2辺の長さK, K'は次の第一種完全楕円積分から求まる．

$$Z = \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{1 - z'^2} \sqrt{1 - k^2 z'^2}} \dots\dots\dots(5)$$

$$K(k) = \int_0^1 \frac{dz'}{\sqrt{1 - z'^2} \sqrt{1 - k^2 z'^2}} \dots\dots\dots(6)$$

$$K'(k) = \int_0^1 \frac{dz'}{\sqrt{1 - z'^2} \sqrt{1 - k'^2 z'^2}} \dots\dots\dots(7)$$

ここに，kは母数で(4)式の値となる．k'は補母数で次の関係から求まる．

$$k^2 + k'^2 = 1 \dots\dots\dots(8)$$

以上より，電極間抵抗 R は，

$$R = sK'(k_1) / K(k_1) \text{ となる．}$$

母数 $k_1 = (\sqrt{2} - 1) / (\sqrt{2} + 1)$ に対しては $K(k_1) / K(k_1) = 2$ であるから $R = 2s$ となる．従って全体の抵抗 $Rt = s = v/t$ となる．

2.3 新測定法 (2回測定法)

(1) 測定法の概要

新測定法 を図10に示す，図3の1回測定法とは異なり半導電層の「ふち」の周長を任意に4分割して対向する2辺に測定電極を取り付ける．まず，(a) 図のR1の測定後，電極を取り外し，残りの2辺に新たに電極を取付けて(b) 図に示すR2の測定を行う．s と vは(9)式から求まる．

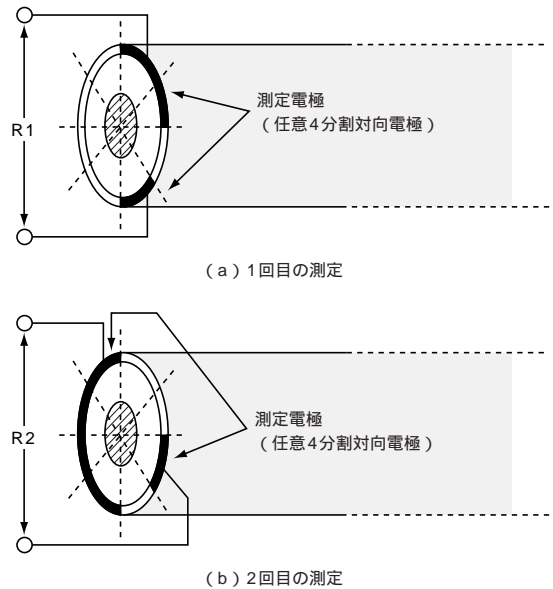


図10 本提案の新しい測定法 (2回測定法)
New measuring method

$$s = \sqrt{R1 \times R2} = \frac{v}{t} \dots\dots\dots(9)$$

ここに， s : 面抵抗率 v : 体積抵抗率
t : 半導電層厚さ

なお，新測定法 ， ではケーブルコアの長さは理論上は無有限長として扱われる．

(2) 測定原理

本測定の理論的説明には，微分・位相幾何学の概念を導入する．説明図を図11に示す．曲面上に沿う電流の流れは，平面上のこれと微分同相な領域に写像して考えて良い⁹⁾．いま，(a) の円筒面を位相同型を保ったまま連続変形する．この円筒の無限遠端を縮めると(b) 図のようになり，さらに縮めると(c) 図の「おわん」型となり，ついには(d) 図の円板(平面円形領域)となる．ここで，(a) の円筒と(d) の円形領域が微分同相であることを，微分可能多様体と直積位相空間(トポロジー積)の観点から説明する．図12は，二つの部分可能多様体の直積位相空間(トポロジー積)について示している．二つの微分可能多様体をMとNとし，それぞれ，m次元とn次元のものとする．これからできる二つの直積位相空間M×NとN×Mは位相同形¹⁰⁾であり，ともに(m+n)次元の微分可能多様体となる¹¹⁾．図13に一次元微分可能多様体とその直積位相空間について示す．一次元の微分可能多様体は実軸Rと円周S'の二つのみである．これらの直積位相空間R×S'は図11における(d)の円形領域となり，S'×Rは(a)の円筒面となり，ともに2次元の微分可能多様体となる．また，直積空間R×S'とS'×Rは位相同形である．従って，(a)の円筒と(d)の円形領域は微分同相となる．次にこの円形領域は長方形領域(e)に等角写像される．従って(a)の円筒面の「ふち」につけた電極は(e)の長方形の対辺に写像される．このことは，図10(a),(b)

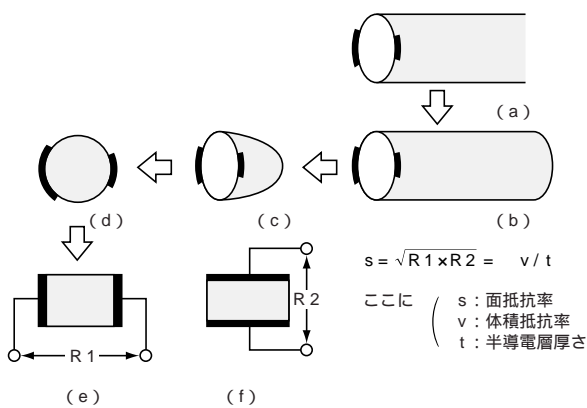


図11 微分・位相幾何学的連続変形
Differential topological transformation

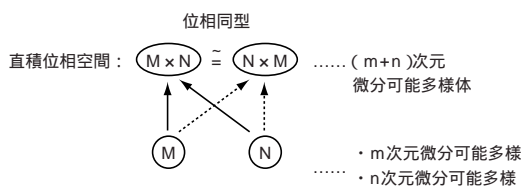


図12 二つの微分可能多様体の直積位相空間 (トポロジー積)
Topological product of two differentiable manifold

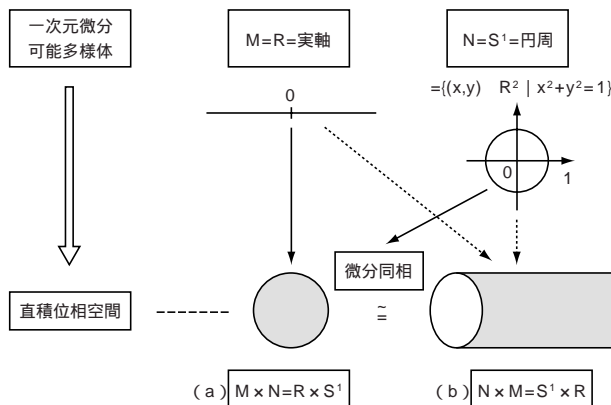


図13 一次元微分可能多様体と直積位相空間
One dimensional differentiable manifold and topological product

の円形コア表面の電極間の電流界はそれぞれ図11(e),(f)の長方形対辺電極間の電流界に写像できることを示している。(e)と(f)の対辺電極間抵抗値R1とR2からは(9)式となることは自明である。結局図10に示した2回測定法により R が求まることになる。R1とR2の測定が同等になるような電極配置にしたのが、2.2節の新測定法(1回測定法)であると解釈することもできる。このとき(2)式が得られる。

2.4 新測定法の実験的検証

新測定法の実験的検証を次の観点から行った。

新測定法と現用法による実測値の比較

ケーブル試料長の測定値への影響

(1) ケーブルでの検証

1) 実測方法

実際のケーブルコアを使用して実測を行い、現用法と

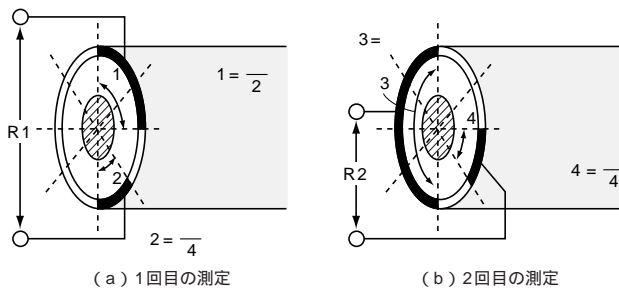


図14 新測定法による実測電極配置例
An arrangement of measuring electrodes by new method

表1 各種測定法による実測値の比較
Comparison of measurement values by new methods and conventional method

測定法	電極間抵抗測定値 R ()	面抵抗率 s ()	体積抵抗率 v (Ω · cm)
(a) 現用法	382 (l=50mm)	1,079	53
(b) 新測定法 (1回測定法)	940	940	47
(c) 新測定法 (2回測定法)	R1=1,294 R2=874	1,063	53

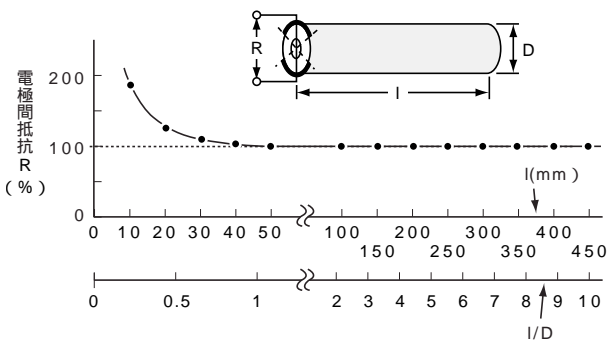


図15 新測定法による電極間抵抗測定値とケーブル長の関係
Measured value of electrode resistance vs. cable length

比較した。対象ケーブルは1×400mm² CVケーブルコア、押し出し外導直径D=45mm、外導厚さt=0.5mmである。実測にあたっては電極の抵抗率が被測定物のそれに比べて無視できるほど小で、かつよく密着させることが必要である。現用の方法である図3(a)の測定電極は導電性塗料を幅5mmに塗布し、電極間距離l=50mmとした。(b)図の新測定法では外導円周を4等分して対向する2辺に幅2mmで導電塗料を塗布し、かつ半導電層の切断面にも塗布して、密着電極とした。また、図10に示す新測定法では円周任意4分割の一例として、図14に示すように8等分して(a),(b)の電極配置とした。電極取付け方法は新測定法と同様である。電気抵抗測定はLCRメータ(AG-4304 安藤電気)を使用した。測定はすべて常温にて行った。

2) 新測定法と現用法による測定結果

各種測定法による実測値の比較を表1に示す。新測定法による測定値からの面抵抗率 s, 体積抵抗率 vの値は



図16 曲面抵抗体の測定用サンプル
A sample of curved surface resistor for measuring

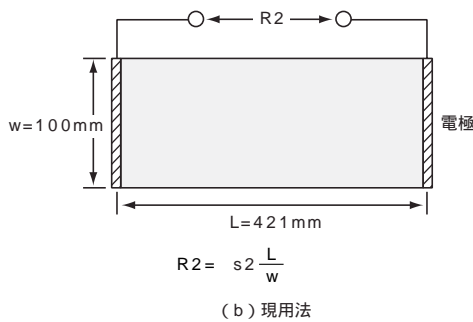
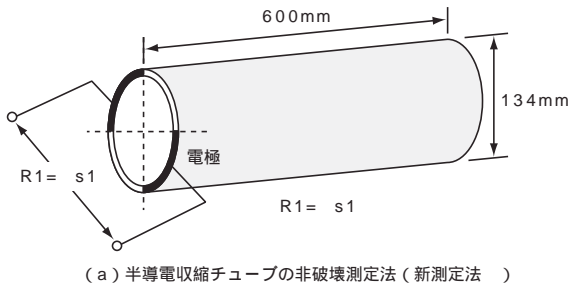


図17 半導電収縮チューブの非破壊測定法と現用法
New nondestructive measurement method and conventional method

ほぼ一致している。なお、新測定法では、現用法との差が若干認められる。これは、円周を4等分するときの中心角度90°の測定作業上の誤差によるものと考えられる。新測定法では任意の電極となるので電極取り付けの誤差の入る要素はなくなる。新測定法では電極間抵抗の測定値がそのまま面抵抗率となるので現用法で行っているような換算は不要となる。ここでの供試ケーブル長lは次の3)の結果から $l = 3D = 135\text{mm}$ とした。これはケーブル長は理論上は無限長として扱われるが、図15より $l \geq 3D$ であれば測定値は事実上一定とみなせることによる。

3) ケーブル試料長の測定値への影響

新測定法における測定電極間抵抗値と供試ケーブル長の関係を調査した。測定法は円周4等分対向電極方式である1回測定法とした。測定結果を図15に示す。電極間抵抗値Rはlが充分長い時の一定値を100%として相対比較で表示した。l/D 3の範囲では実用上一定値と見なせると考えられる。従って、測定には、試料長はコア外径の3倍以

表2 新測定法と現用法による実測値の比較
Comparison of measurement values by new method and conventional method

測定法	電極間抵抗測定値 R ()	面抵抗率 s ()	体積抵抗率 v (· cm)
(a) 新測定法 (1回測定法)	281	281	29.8
(b) 現用法	1,206	286	30.3

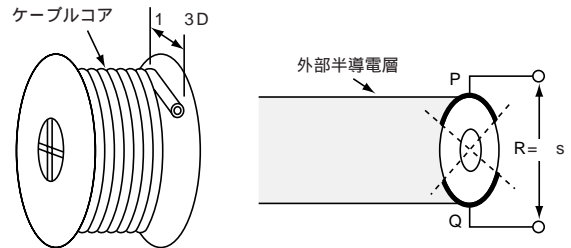


図18 ドラム巻きコアの非破壊測定
New measuring method of cable core wound on drum

上の長さが必要とされる。

(2) 半導電収縮チューブでの検証

1) 実測方法

図16に示す半導電薄肉収縮チューブを対象にの実測を行った。収縮チューブの寸法は図17(a)に示す通りであり、比較のために同じサンプルを切り開き(b)に示す寸法の長方形切片とし、対向する2辺に密着電極として導電塗料を塗布して電極間抵抗値を測定しを求めた。

2) 測定結果

測定結果を表2に示す。両者の測定値はほぼ一致している。

2.5 実用上の応用例

この実用上の応用例としては図18に示すドラムやトレーに密巻きされた押し出しコアの外導のを測定する際、ケーブルサンプルを切り出すことが許されず、そのまま良品の状態で測定せざるを得ないときに適用できる。(1)の3)の結果は、コア先端から $l = 3D$ の長さの部分は隣接するコアから離して測定すれば、非破壊で正確にが求まることを意味する。

以上、CVケーブル押し出し外部半導電層の抵抗率を非破壊で測定できる新しい方法を提案し、理論的および実験的検討を行った。この方法は、ケーブルコアの状態、コアの端部に触れるのみで測定できる簡便な方法である。また、半導電層薄肉収縮チューブの測定にも適用できる。この証明では、第一種完全楕円積分を用いた等角写像と楕円積分のリーマン面の見地から検討し、さらに微分位相幾何学の観点からも検討を加え、1回測定法と2回測定法の統一的解釈を与えた。

3. 扇形CVケーブル押し出し半導電層抵抗率の新しい測定法

前章では、回転対称体である通常の円形CVケーブルの外導半導電層抵抗率の新しい非破壊測定法について述

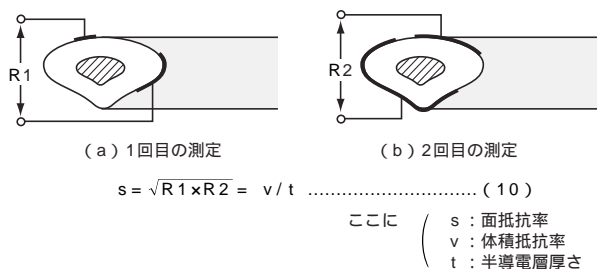


図19 任意4分割電極方式 (2回測定)
Four divided electrode method

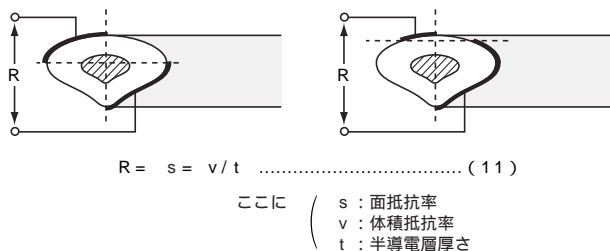


図20 1回測定で の求まる電極配置例
Electrode arrangement for only one measurement

べた。本章では前章の微分・位相幾何学の観点からの考察をさらに進めて、この測定法を非回転対称体に拡張し、扇形CVケーブル¹²⁾の新しい測定法を提案する¹³⁾。

3.1 新測定法

扇形コアに対する新測定法を図19と図20に示す。図19は2回の測定が必要であり、図20は1回の測定で が求まる。図19は半導電層の「ふち」の周長を任意に4分割して対向する2辺に測定電極を取付け、(a)の測定後、電極を取り外し、残りの2辺に新たに電極を取付け (b)の測定を行う。は (10) 式で求まる。図20は扇形コアが非回転対称体ではあるが、面对称であることを利用したものである。図19の2回測定が全く同等になるよう電極配置を選べば、1回の測定値が (11) 式に示すようにそのまま面抵抗率となり、これに半導電層厚さtを乗ずると、体積抵抗率 v が得られる。具体的には面对称となる中心線とこれに直交する任意の直線とで分割される扇形コアの外周の4つの「ふち」の内、対向する2辺に測定電極を取付ければ1回の測定で が求まる。

3.2 微分・位相幾何学的考察

2章と同様、微分・位相幾何学の観点から考察する。いま扇形コア表面の曲面の形状を図21に示すように、4つの接する円弧と2つの直線からなるとすると、コア表面はいたるところ微分可能となり、なめらかな曲面として扱える。そして図22の (a) の曲面を位相同型で連続変形すると (b) の円筒を得る。この円筒を2章の図11と同様に微分位相同型で連続変形すると同じ結果となる。

上述したように、非回転対称体である扇形CVケーブル半導電層抵抗率を非破壊で測定する方法を提案し、微分・位相幾何学的考察を行った。非回転対称体でも面对称であれば1回の測定で が求まることが分かった。また、微分・位相幾何学的考察は回転対称体である通常の円形

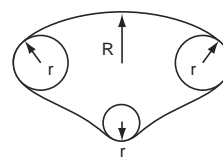


図21 扇形コアの形状
Shape of sector form core

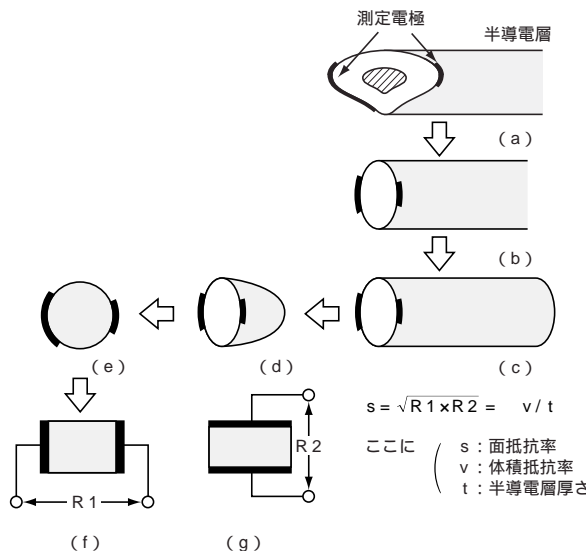


図22 微分・位相幾何学的連続変形 (本測定の説明図)
Differential topological transformation

CVケーブルのみならず、非回転対称体である扇形CVケーブルをも包含する統一的解釈である。

4. 本研究と現代数学とのかかわり そして一つの夢

ここで、ケーブル半導電層すなわち曲面抵抗体の の問題が数学のどういう分野とかかわっているかを図示したのが図23である。

楕円関数などの関数論 (等角写像) とのつながりと曲面の数学とのつながりがある。しかし、関数を調べるにはリーマン面を調べれば良いので、関数論は曲面論に吸収されると言われている¹⁴⁾。結局、本問題は曲面論の世界につながることになる。図24に関数の幾何学的な見方の一例を示す¹⁵⁾。三角関数は直線上の一重周期関数と見るよりも、半径1の円周上の関数として扱う方が自然であるように、楕円関数は二重周期をもつから、トーラス面 (ドーナツ面) 上の関数と見る方が自然であるとされている¹⁵⁾。

このように関数を幾何学的に見ることの重要性がいろいろな文献^{16) ~ 19)}で指摘されている。特に文献¹⁶⁾の志賀浩二著「数学が育っていく物語・曲面 (硬い面、柔らかい面)」の中で、ヒルベルトとフォン・コッセンによって書かれた「直観幾何学」1932年出版が紹介されている。この本によると、数学の研究には「抽象化」と「具体化」の2つの反対の傾向が見られると述べられている。

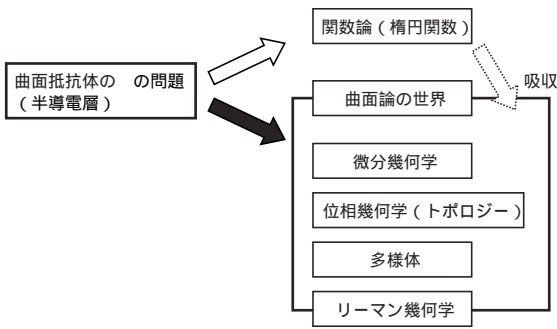


図23 曲面抵抗体の抵抗率の問題と現代数学とのかかわり
A connection of the problem of resistivity of curved surface resistor with modern mathematics

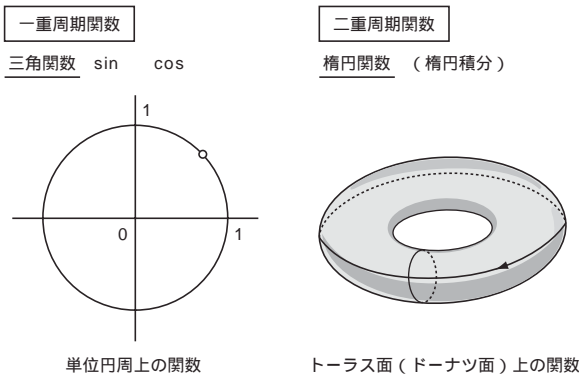


図24 関数の幾何学的な見方の一例
An example of geometrical viewpoint for the function

幾何学についていえば、抽象化の傾向は、代数幾何学、リーマン幾何学あるいは位相幾何学のように、組織立ったいろいろの科学を生み出してきた。そしてそこにおいては、よく練られた深い概念や膨大な量の記号や計算を使うようになってしまった。それにもかかわらず現在では、幾何学を直観的にとらえるやりかた、具体化が非常に重要な役割を演ずるようになってきていると記されている。

最近の数学と物理学の話題から、筆者なりに幾何学的側面が見てとれる二つの例を以下に述べる。これらは楕円関数のリーマン面と密接に関連していると言われている。

一つは350年以上も数学者を悩ませ続けた「**フェルマーの最終定理**」である。最近1995年にこの定理がアンドリュウ・ワイルスによって証明された。この攻略に使われた数学の各理論が文献に示されている²⁰⁾。フェルマーの最終定理を解くことは、谷山 志村予想を証明すれば良いとされた。谷山 志村予想とは「全ての楕円曲線はモジュラーである。」というもので、谷山 志村予想が正しければフェルマーも正しく、フェルマーが間違っていれば谷山 志村予想も誤りであるとされる。ここで使われる楕円曲線とは楕円関数によってパラメトライズされるもので、図24に示すように、解の集合がドーナツ状の形をした3次曲線と言われる。

もう一つの話は素粒子論における幾何学的な見方の

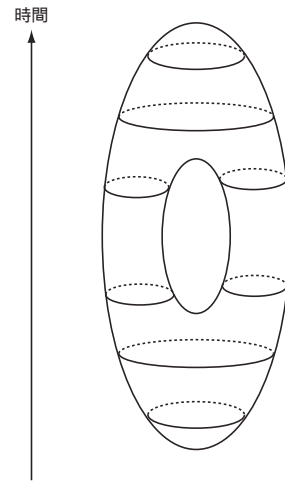


図25 素粒子の生涯としての顔²³⁾
A face of life of an elementary particle

例である。最近、四つの力、すなわち重力、電磁気力、強い力、弱い力を統一する理論として期待されている**超ひも理論**（スーパーstring理論）では、素粒子は単なる一次元のひもではなく、二次元の膜が丸まって両端をつないだ閉じたチューブ状のひもからできていると考えられている²¹⁾。この閉じたチューブ状のひもは、先の図4に示した楕円積分のリーマン面すなわちドーナツ状のトーラス面（図24も同様）と位相幾何学的に同一である。そして、二つの粒子の衝突による結合や一つの粒子から二つの粒子への分裂過程は、この二つのドーナツ状のひもの位相幾何学的（多様体）な振る舞いから説明されている²²⁾。図25は、この閉じたひもが生成され、時間とともに進行して途中で二つに分裂し、その後一つに結合して最後に消滅するという現象を、ひもの軌跡として示したものである²³⁾。この閉曲面はリーマン面になることが知られており、素粒子の生涯としての顔を持つと考えられている²³⁾。

以上のように、事象を幾何学的側面からとらえることの重要性がうかがえる。

さて本文にもどって、これまで楕円積分や楕円関数を用いた等角写像の手法を使って幾何学的なプロセスを経て問題を解いてきた。その中でも2章ではケーブル半導電層を二つの一次元微分可能多様体からなる二次元の直積位相空間（トポロジー積）と見なすことを述べた。この直積位相空間を次々とつくっていくとn次元の微分可能多様体が得られる。このn次元微分可能多様体の抵抗面を抽象化して想定するとき、本文で述べた を求める問題がそこに拡張できないものだろうかと思われている。

5. お す び

これまで物理や工学の分野でいろいろ応用されてきたにもかかわらず、電力ケーブルの分野では敬遠されてきた楕円関数（広義には楕円積分も含む）の内、Legendre-Jacobiの第一種完全楕円積分とJacobi楕円関数を用いた等角写像の手法とその位相幾何学的側面を応用し、CVケー

ブル押し外部半導電層の抵抗率 をケーブルコアの状態
で非破壊で、かつコアの端部に触れるのみで測定できる
新しい簡便な方法を見出した。さらに、微分・位相幾何学
の観点から考察を加え、非回転対称体に拡張し、扇形
CVケーブル半導電層の新しい 測定法を見出した。

この曲面抵抗体の を求める問題は、楕円関数のほかに、
リーマン面、微分・位相幾何学、微分可能多様体と
いった現代数学とのかかわりがあり、応用面ばかりでなく、
電磁気学上の基礎的問題としても大変興味あるもの
と考えている。

さらに、本文の の導出過程は、二次元として扱える
いろいろな分野、たとえば、電流界、静電界、熱伝導、
流体力学の計算に活用できる。特に、最近注目されてきた
薄膜工学の分野への応用も期待される。次号では、第
二報として熱伝導計算への応用例を報告する。

本報告は、筆者が元茨城大学寺門龍一教授に興味深く
教えていただいた「電磁気学特論」²⁴⁾の内容を活用した
ものであることを付記して、同先生に心から感謝いたします。

最後にひとつの言葉を引用して終わることにしたい。
「むずかしいことをやさしく、やさしいことをふかく、ふ
かいことをおもしろく」

(数学セミナー 2003年4月号「数学の見方・考え方」²⁵⁾)

参 考 文 献

- 1) 竹内端三：楕円函数論，岩波全書，p.31，1936
- 2) 友近 晋：楕円函数論，現代工学社，1942
- 3) 山田直平：電気磁気学，電気学会，1969
- 4) 里 周二：完全楕円積分の効率的計算方法の提案，電学論
A，研究開発レター，116巻10号，1996
- 5) 渡辺：CVケーブル押し外部半導電層抵抗率の新しい測定
法 - 第一種完全楕円積分を用いた等角写像の応用例 - ，平
成10年電気学会 電力・エネルギー部門大会，No.400
- 6) 渡辺：CVケーブル押し半導電層抵抗率の新しい測定法 -
実験的検討 - ，平成11年電気学会 電力・エネルギー部門
大会，No.373，1998
- 7) 渡辺：CVケーブル押し外部半導電層抵抗率の新しい測定
法，電学論B，研究開発レター，119巻11号，1999
- 8) 荒又，寺門：等角写像の原理によって面抵抗率を求める新
しい理論，電学論，Vol.87-10 No.949
- 9) 矢野健太郎：リーマン幾何とその応用，共立出版，p.193，
1971
- 10) 横田一郎：やさしい位相幾何学の話，現代数学社，p.80，
1977
- 11) 和達三樹：微分・位相幾何，岩波書店，pp.53-58，1996
- 12) 戸谷ほか：66kVコンパクトCVTケーブル，フジクラ技報，
第94号
- 13) 渡辺：扇形CVケーブル押し外部半導電層抵抗率の新測
定法 - 微分・位相幾何学的考察 - ，平成11年電気学会全国
大会 No.1785
- 14) 長野 正：曲面の数学，p.153，培風館，1968
- 15) 樋口ほか：曲面上の函数論，森北出版，1997
- 16) 志賀浩二：数学が育っていく物語・第6週・曲面（硬い面，
柔らかい面），p.59，岩波書店，1995
- 17) 上野・志賀・砂田：数学のたのしみ，No.7，21世紀の幾何
学，pp.34-37，日本評論社，1998
- 18) 彌永監修：クライン：19世紀の数学，p.262，共立出版，
1996
- 19) 山本敦之訳：リーマン：人と業績，シュプリンガー，フェ
アラーク東京，1998
- 20) 富永裕久：フェルマーの最終定理に挑戦，p.167，ナツメ
社，1996
- 21) 江口 徹：超ひも理論入門，Newton，1998年7月号，
p.125
- 22) 深谷賢治：これからの幾何学，pp.146-150，日本評論社，
1998
- 23) 桂 利行：代数曲線，1変数代数関数体，リーマン面，数
理科学 7/1998，p.11，サイエンス社，1998
- 24) 寺門龍一：昭和47年茨城大学「電磁気学特論」講義
- 25) 中村郁：数学セミナー「数学の見方・考え方」，pp.38-40，
日本評論社，2003年4月号